

## Mathematik \* Klasse 10d \* Übungsaufgabe zu ganzrationalen Funktionen

(Die Aufgaben stammen von einer Ex im Jahr 2011)

1. Eine Funktion  $f$  vierten Grades soll eine doppelte Nullstelle bei  $x_1 = 3$  und eine einfache Nullstelle bei  $x_2 = 0$  besitzen.

Der Graph von  $f$  soll außerdem durch die Punkte  $(1/6)$  und  $(2/4)$  gehen.

Bestimmen Sie den Funktionsterm von  $f$ .

2. Die Funktion  $g$  mit dem Funktionsterm  $g(x) = x^3 - 3x^2 + a \cdot x$  (mit  $a \in \mathbb{R}$ ) soll bei  $x_1 = -2$  eine Nullstelle besitzen.

Bestimmen Sie den Wert von  $a$  und berechnen Sie alle weiteren Nullstellen von  $g$ .

3. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x-2)^2 \cdot x \cdot (x+1)$ .

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von  $f$ ! Geben Sie auch an, ob es sich jeweils um einfache, doppelte oder dreifache Nullstellen handelt.

Untersuchen Sie auch das Grenzwertverhalten von  $f(x)$  für  $x \rightarrow +\infty$  und für  $x \rightarrow -\infty$ .

b) Skizzieren Sie nun den groben Verlauf des Graphen von  $f$ .

In welchen Bereichen hat der Graph von  $f$  Hoch- bzw. Tiefpunkte?



## Mathematik \* Klasse 10d \* Übungsaufgabe zu ganzrationalen Funktionen

1. Ansatz:  $f(x) = (x-3)^2 \cdot x \cdot (ax+b)$

(1)  $f(1) = 6 \Leftrightarrow (-2)^2 \cdot 1 \cdot (a+b) = 6 \Leftrightarrow a+b = 1,5 \Rightarrow b = 1,5 - a$  in (2)

(2)  $f(2) = 4 \Leftrightarrow (-1)^2 \cdot 2 \cdot (2a+b) = 4 \Leftrightarrow 2a+b = 2$

(1) in (2)  $2a + 1,5 - a = 2 \Rightarrow a = 0,5$  und  $b = 1,5 - 0,5 = 1$

also  $f(x) = (x-3)^2 \cdot x \cdot (0,5x+1) = 0,5 \cdot (x-3)^2 \cdot x \cdot (x+2)$

2.  $g(x) = x^3 - 3x^2 + a \cdot x$  und  $g(-2) = 0 \Rightarrow -8 - 12 - 2a = 0 \Rightarrow a = -10$

also  $g(x) = x^3 - 3x^2 - 10x = x \cdot (x^2 - 3x - 10) = x \cdot (x+2) \cdot (x-5)$

Nullstellen:  $g(x) = 0 \Leftrightarrow 0 = x \cdot (x+2) \cdot (x-5) \Leftrightarrow x_1 = -2; x_2 = 0$  und  $x_3 = 5$

3. a)  $f(x) = \frac{1}{5} \cdot (x-2)^2 \cdot x \cdot (x+1)$

Doppelte Nullstelle bei  $x_1 = 2$ ;

einfache Nullstellen bei  $x_2 = 0$  und  $x_3 = -1$ .

Für  $x \rightarrow \infty$  gilt  $f(x) \rightarrow \infty$  und für  $x \rightarrow -\infty$  gilt  $f(x) \rightarrow +\infty$ , daher folgt der angegebene Verlauf des Graphen von  $f$ .

