

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 30.05.2014 * Gruppe B

1. In einer Urne befinden sich 2 blaue, 2 grüne und 1 rote Kugel.

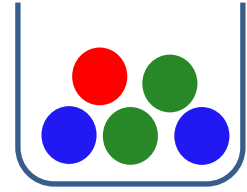
Anton und Berta vereinbaren folgendes Spiel:

Abwechselnd ziehen Anton und Berta (ohne Zurücklegen) eine Kugel aus der Urne, wobei Anton beginnt.

Wer die grüne Kugel zieht, hat gewonnen,

wer die rote Kugel zieht, hat verloren.

Bei einer blauen Kugel darf anschließend der andere Spieler ziehen.



Zeichnen Sie ein beschriftetes Baumdiagramm und bestimmen Sie damit die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Berta gewinnt.

2. Eine Firma stellt mit zwei Maschinen unterschiedlicher Qualität Schrauben her. Weicht die Länge einer Schraube um mehr als 0,5 mm vom exakten Wert ab, so bezeichnet man diese Schraube als minderwertig. Während bei Maschine 1 nur 2 % der Schrauben minderwertig sind, produziert Maschine 2 10 % minderwertige Schrauben. 70% der Schrauben werden von Maschine 1, 30 % der Schrauben von Maschine 2 produziert. Die Schrauben der beiden Maschinen werden anschließend vermischt und in Päckchen zu 100 Stück abgefüllt. Peter entnimmt einem Päckchen eine Schraube.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie minderwertig?
 - Die Schraube ist minderwertig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt sie von Maschine 2?

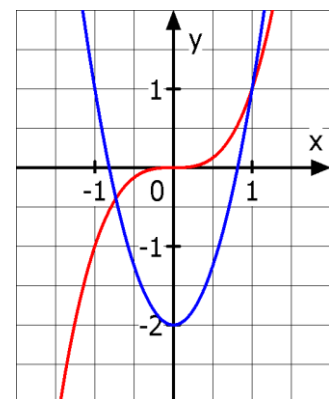
3. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung. $x^5 - 2x^3 - 24x = 0$

4. Die Funktion f mit $f(x) = x^3 - x^2 + k \cdot x + 8$ ($k \in \mathbb{R}$) soll an der Stelle $x_1 = 2$ eine Nullstelle besitzen. Bestimmen Sie den Wert von k und anschließend alle weiteren Nullstellen von f .

5. Das Bild zeigt die Graphen der beiden Funktionen $f(x) = 3x^2 - 2$ und $g(x) = x^3$.

Martin behauptet, dass sich die Graphen der beiden Funktionen in mehr als zwei Punkten schneiden.

Prüfen Sie Martins Behauptung mit einer geeigneten Rechnung, indem sie alle Schnittpunkte der beiden Graphen bestimmen.



Aufgabe	1	2a	b	3	4	5	Summe
Punkte	6	4	3	6	6	6	31



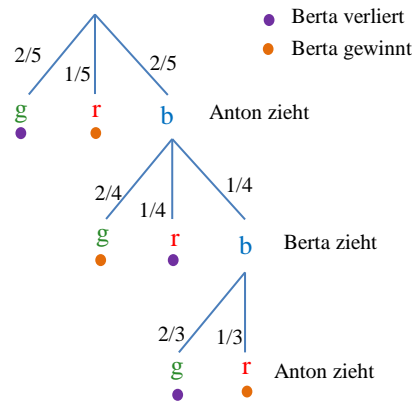
Gutes Gelingen! G.R.

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 30.05.2014 * Lösung * Gruppe B

1. Berta gewinnt, wenn Anton eine rote Kugel zieht oder Berta eine grüne Kugel zieht.

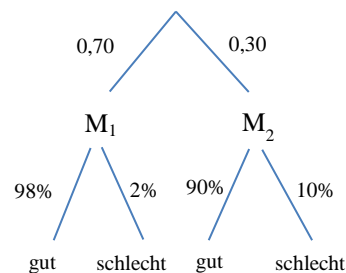
Für die Wahrscheinlichkeit p , dass Berta gewinnt, gilt also:

$$p = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{13}{30} \approx 43\%$$



2. a) $P(\text{"Schraube schlecht"}) = 0,70 \cdot 0,02 + 0,30 \cdot 0,10 = 0,044 = 4,4\%$

b) $P_{\text{"Schraube schlecht"}}(\text{"Schraube von } M_2 \text{"}) = \frac{P(\text{"schlecht"} \cap \text{"von } M_2 \text{"})}{P(\text{"schlecht"})} = \frac{0,30 \cdot 0,10}{0,044} = \frac{0,03}{0,044} = 0,6818... \approx 68\%$



3. $x^5 - 2x^3 - 24x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x^4 - 2x^2 - 24) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0$ oder $x^4 - 2x^2 - 24 = 0$
 $x^4 - 2x^2 - 24 = 0$ Substitution $u = x^2$

$$u^2 - 2u - 24 = 0 \Leftrightarrow (u-6) \cdot (u+4) = 0 \Leftrightarrow u_1 = 6 ; (u_2 = -4) \text{ also } x^2 = 6 \Rightarrow x_{2/3} = \pm \sqrt{6}$$

Die Gleichung hat also die Lösungen $x_1 = 0$ und $x_{2/3} = \pm \sqrt{6}$.

4. $f(x) = x^3 - x^2 + k \cdot x + 8$ ($k \in \mathbb{R}$) soll an der Stelle $x_1 = 2$ eine Nullstelle haben.

D.h. $0 = f(2) = 2^3 - 2^2 + k \cdot 2 + 8 \Leftrightarrow 0 = 12 + 2k \Leftrightarrow k = -6$

Polynomdivision: $(x^3 - x^2 - 6x + 8) : (x - 2) = x^2 + x - 4$

Die weiteren Nullstellen sind damit Lösungen der Gleichung $0 = x^2 + x - 4$

$$0 = x^2 + x - 4 \Leftrightarrow x_{2/3} = \frac{1}{2} \cdot (-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}) = \frac{1}{2} \cdot (-1 \pm \sqrt{17})$$

5. Schnittpunkt bei $x_1 = 1$, denn $f(1) = 1 = g(1)$

Schnittpunkte: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 3x^2 - 2 = x^3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = 0$

Polynomdivision: $(x^3 - 3x^2 + 2) : (x - 1) = x^2 - 2x - 2$ also

$$x^3 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1) \cdot (x^2 - 2x - 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x_1 = 1 ; x_{2/3} = \frac{1}{2} \cdot (2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}) = \frac{1}{2} \cdot (2 \pm 2 \cdot \sqrt{3}) = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$S_1(1/1) ; S_2(1 + \sqrt{3} / 10 + 6\sqrt{3}) \approx (2,7 / 20,4) ; S_3(1 - \sqrt{3} / 10 - 6\sqrt{3}) \approx (-0,7 / -0,4)$$

