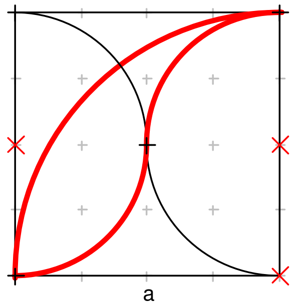
1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 10d, 09.12.2010, Gruppe A

1. Die rot umrandete Figur ist einem Quadrat der Kantenlänge a einbeschrieben.

   a) Berechnen Sie den Umfang dieser Figur in Vielfachen der Kantenlänge a.

   b) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Figur als Prozentsatz von a^2.



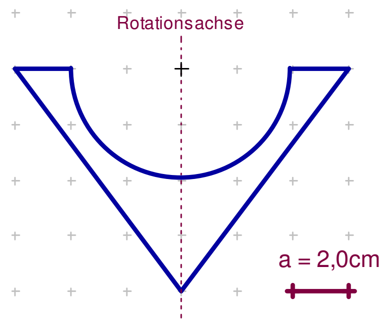
2. Die Erde kann in sehr guter Näherung als kugelförmig mit dem Radius $R = 6370$ km angenommen werden. 71% der Erdoberfläche sind von Meeren bedeckt, die durchschnittlich eine Tiefe von etwa 3,7 km aufweisen.

   a) Berechnen Sie das Salzwasservorkommen der Erde in Kubikkilometer! (Achten Sie auf sinnvolles Runden!)

   Auf dem Festland der Antarktis lagern ca. 21 Millionen Kubikkilometer Süßwasser als Eis und Schnee.

   b) Wie viele Meter müsste der Wasserspiegel der Meere steigen, wenn die gesamten Eis- und Schneemassen der Antarktis schmelzen würden? Für Ihre Berechnung soll die Landfläche der Erde unverändert bleiben (und sich nicht durch Überschwemmungen verkleinern).

3. Ein rotationssymmetrisches Werkstück soll aus Gusseisen der Dichte 7,2 g/cm^3 hergestellt werden. Das Bild zeigt das Werkstück im Querschnitt. Berechnen Sie die Masse des Werkstücks.

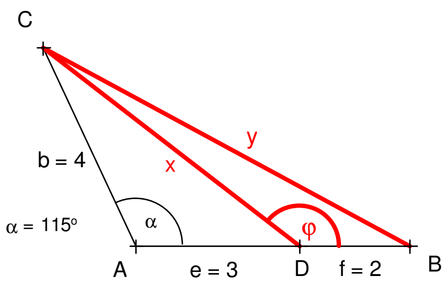


4. Im Dreieck ABC liegt D auf der Strecke $[AB]$. Es sind bekannt:

   $b = \overline{AC} = 4{,}00$; $e = \overline{AD} = 3{,}00$; $f = \overline{DB} = 2{,}00$

   und $\alpha = 115^\circ$

   Berechnen Sie die Längen $x = \overline{CD}$, $y = \overline{BC}$ und die Winkelgröße φ.



Aufgabe	1a	b	2a	b	3	4	Summe
Punkte	3	6	4	3	5	6	27

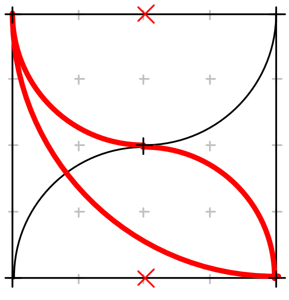
Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 10d, 09.12.2010, Gruppe B

1. Die rot umrandete Figur ist einem Quadrat der Kantenlänge a einbeschrieben.

   a) Berechnen Sie den Umfang dieser Figur in Vielfachen der Kantenlänge a.

   b) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Figur als Prozentsatz von a^2.



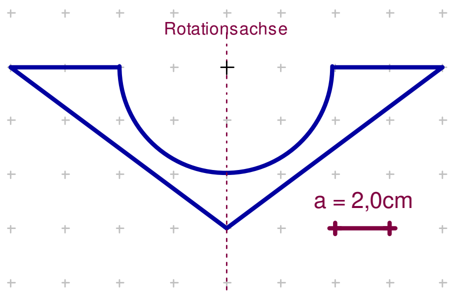
2. Die Erde kann in sehr guter Näherung als kugelförmig mit dem Radius $R = 6370$ km angenommen werden. 71% der Erdoberfläche sind von Meeren bedeckt, die durchschnittlich eine Tiefe von etwa 3,7 km aufweisen.

   a) Berechnen Sie das Salzwasservorkommen der Erde in Kubikkilometer! (Achten Sie auf sinnvolles Runden!)

   Auf dem Festland lagern ca. 24 Millionen Kubikkilometer Süßwasser als Eis und Schnee.

   b) Wie viele Meter müsste der Wasserspiegel der Meere steigen, wenn die gesamten Eis- und Schneemassen des Festlandes schmelzen würden? Für Ihre Berechnung soll die Landfläche der Erde unverändert bleiben (und sich nicht durch Überschwemmungen verkleinern).

3. Ein rotationssymmetrisches Werkstück soll aus Gusseisen der Dichte $7{,}2\ \text{g/cm}^3$ hergestellt werden.
   Das Bild zeigt das Werkstück im Querschnitt.
   Berechnen Sie die Masse des Werkstücks.

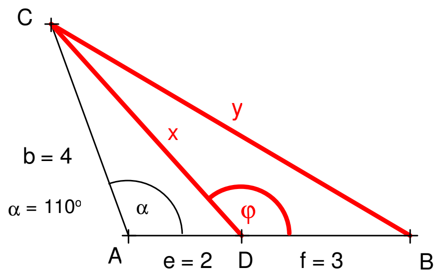


4. Im Dreieck ABC liegt D auf der Strecke [AB].
   Es sind bekannt:

   $b = \overline{AC} = 4{,}00$; $e = \overline{AD} = 2{,}00$; $f = \overline{DB} = 3{,}00$

   und $\alpha = 110°$

   Berechnen Sie die Längen $x = \overline{CD}$, $y = \overline{BC}$ und die Winkelgröße φ.

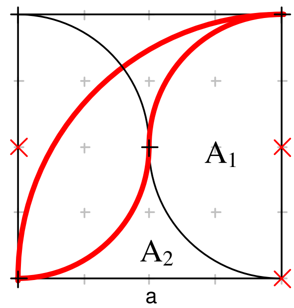


Aufgabe	1a	b	2a	b	3	4	Summe
Punkte	3	6	4	3	5	6	27

Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 10d, 09.12.2010, Gruppe A

1. a) $U = \frac{1}{4}\cdot 2\pi a + 2\cdot\frac{1}{4}\cdot 2\pi\frac{a}{2} = \pi\cdot a \approx 3{,}14\,a$



b) $A = \frac{1}{4}\cdot a^2\pi - A_1 - A_2 =$

$$\frac{1}{4}\cdot a^2\pi - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi - \frac{1}{2}\cdot\left(a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\pi\right) =$$

$$\frac{1}{4}\cdot a^2\pi - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi - \frac{1}{2}\cdot\left(a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\pi\right) = \frac{1}{8}\cdot a^2\pi - \frac{1}{2}\cdot a^2 + \frac{1}{8}\cdot a^2\pi = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right)\cdot a^2 \approx 0{,}285\,a^2$$

2. a) Gesamte Oberfläche A der Meere:

$A = 0{,}71\cdot 4\cdot R^2\pi = 0{,}71\cdot 4\cdot 6370^2\,\text{km}^2\cdot\pi \approx 362\cdot 10^6\,\text{km}^2$

Salzwasservolumen V: $V \approx A\cdot 3{,}7\text{km} = 362\cdot 10^6\,\text{km}^2\cdot 3{,}7\text{km} \approx 1{,}3\cdot 10^9\,\text{km}^3$

b) $21\cdot 10^6\,\text{km}^3 = A\cdot x \;\Rightarrow\; x = \frac{21\cdot 10^6\,\text{km}^3}{362\cdot 10^6\,\text{km}^2} = 0{,}0580...\text{km} \approx 58\text{m}$

3. $V = \frac{1}{3}\cdot(6{,}0\text{cm})^2\pi\cdot 8{,}0\text{cm} - \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot(4{,}0\text{cm})^3\pi = \frac{160}{3}\cdot\pi\,\text{cm}^3 = 167{,}55...\,\text{cm}^3 \approx 168\,\text{cm}^3$

$m = V\cdot 7{,}2\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 168\cdot 7{,}2\text{g} = 1209{,}6\,\text{g} \approx 1{,}2\,\text{kg}$

4. $x^2 = b^2 + e^2 - 2\cdot b\cdot e\cdot\cos(115^\circ) \;\Leftrightarrow$

$x = \sqrt{4^2 + 3^2 - 2\cdot 4\cdot 3\cdot\cos(115^\circ)} = \sqrt{35{,}1428...} = 5{,}928... \approx 5{,}93$

Für den Nebenwinkel φ^* von φ gilt

$\frac{\sin\varphi^*}{\sin\alpha} = \frac{b}{x} \;\Rightarrow\; \sin\varphi^* = \sin 115^\circ\cdot\frac{4{,}00}{5{,}93} = 0{,}6113.... \;\Rightarrow\; \varphi^* = 37{,}686...^\circ \approx 37{,}7^\circ$

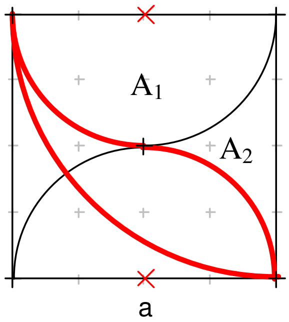
und damit $\varphi = 180^\circ - 37{,}7^\circ \approx 142^\circ$

$y^2 = x^2 + f^2 - 2\cdot x\cdot f\cdot\cos(\varphi) \;\Leftrightarrow$

$y = \sqrt{5{,}93^2 + 2^2 - 2\cdot 5{,}93\cdot 2\cdot\cos(142^\circ)} = \sqrt{57{,}856...} = 7{,}606... \approx 7{,}61$

1. Schulaufgabe aus der Mathematik, Klasse 10d, 09.12.2010, Gruppe B

1. a) $U = \frac{1}{4}\cdot 2\pi a + 2\cdot\frac{1}{4}\cdot 2\pi\frac{a}{2} = \pi\cdot a \approx 3{,}14\,a$



b) $A = \frac{1}{4}\cdot a^2\pi - A_1 - A_2 =$

$\frac{1}{4}\cdot a^2\pi - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi - \frac{1}{2}\cdot\left(a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\pi\right) =$

$\frac{1}{4}\cdot a^2\pi - \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi - \frac{1}{2}\cdot\left(a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2\pi\right) = \frac{1}{8}\cdot a^2\pi - \frac{1}{2}\cdot a^2 + \frac{1}{8}\cdot a^2\pi = (\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2})\cdot a^2 \approx 0{,}285\,a^2$

2. a) Gesamte Oberfläche A der Meere:

$A = 0{,}71\cdot 4\cdot R^2\pi = 0{,}71\cdot 4\cdot 6370^2\,km^2\cdot\pi \approx 362\cdot 10^6\,km^2$

Salzwasservolumen V: $V \approx A\cdot 3{,}7km = 362\cdot 10^6\,km^2\cdot 3{,}7km \approx 1{,}3\cdot 10^9\,km^3$

b) $24\cdot 10^6\,km^3 = A\cdot x \Rightarrow x = \frac{24\cdot 10^6\,km^3}{362\cdot 10^6\,km^2} = 0{,}0662...km \approx 66m$

3. $V = \frac{1}{3}\cdot(8{,}0cm)^2\pi\cdot 6{,}0cm - \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot(4{,}0cm)^3\pi = \frac{256}{3}\cdot\pi\,cm^3 = 268{,}08...\,cm^3 \approx 268\,cm^3$

$m = V\cdot 7{,}2\frac{g}{cm^3} = 268\cdot 7{,}2g = 1929{,}6\,g \approx 1{,}9\,kg$

4. $x^2 = b^2 + e^2 - 2\cdot b\cdot e\cdot\cos(110^\circ) \Leftrightarrow$

$x = \sqrt{4^2 + 2^2 - 2\cdot 4\cdot 2\cdot\cos(110^\circ)} = \sqrt{25{,}472...} = 5{,}047... \approx 5{,}05$

Für den Nebenwinkel φ^* von φ gilt

$\frac{\sin\varphi^*}{\sin\alpha} = \frac{b}{x} \Rightarrow \sin\varphi^* = \sin 110^\circ\cdot\frac{4{,}00}{5{,}05} = 0{,}7443.... \Rightarrow \varphi^* = 48{,}099...^\circ \approx 48{,}1^\circ$

und damit $\varphi = 180^\circ - 48{,}1^\circ \approx 132^\circ$

$y^2 = x^2 + f^2 - 2\cdot x\cdot f\cdot\cos(\varphi) \Leftrightarrow$

$y = \sqrt{5{,}05^2 + 3^2 - 2\cdot 5{,}05\cdot 3\cdot\cos(132^\circ)} = \sqrt{54{,}777...} = 7{,}4011... \approx 7{,}40$