

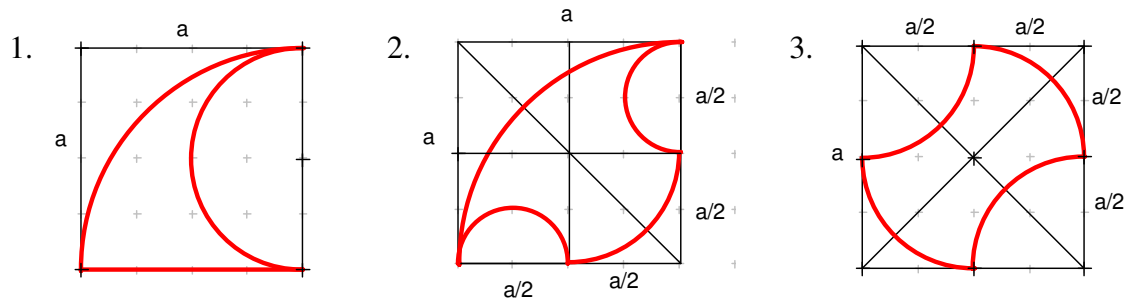
Mathematik * Jahrgangsstufe 10

Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit zu Kreisfläche und Kreisumfang

Bestimmen Sie jeweils zu den rot umrandeten Figuren den Umfang U in Vielfachen von a und die Flächeninhalte in Vielfachen von a^2 .

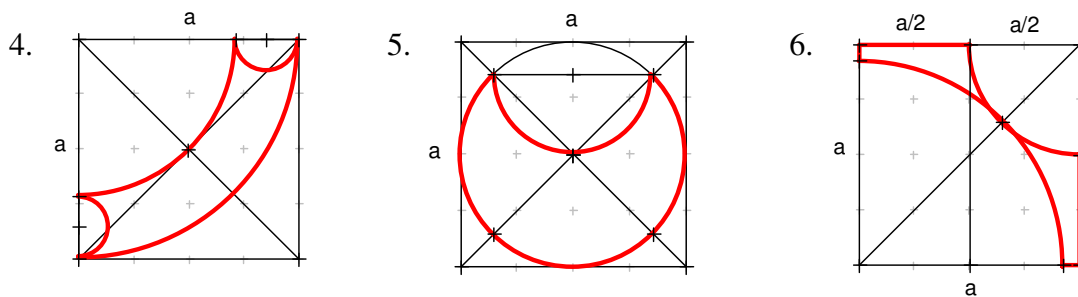
Die Figuren sind in Quadrate oder gleichseitige Dreiecke mit der Kantenlänge a eingeschrieben.

Drei einfache Aufgaben

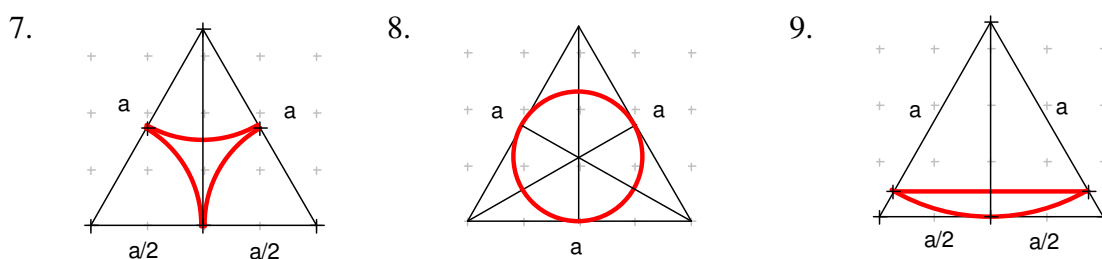


Drei etwas umfangreichere Aufgaben

Beachte: Die Diagonale im Quadrat der Kantenlänge a hat die Länge $d = \sqrt{2} a$.



Beachte: Die Höhe im gleichseitigen Dreieck der Kantenlänge a hat die Länge $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$



Die letzte Aufgabe zum Knobeln!
(Schwer!)



Mathematik * Jahrgangsstufe 10

Aufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit zu Kreisfläche und Kreisumfang * Lösungen

1. $r_1 = a$; $r_2 = \frac{a}{2}$; $U = (1 + \pi) \cdot a \approx 4,1a$; $F = \frac{\pi}{8} a^2 \approx 0,39 a^2$

2. $r_1 = a$; $r_2 = \frac{a}{2}$; $r_3 = \frac{a}{4}$; $U = \frac{5\pi}{4} \cdot a \approx 3,9a$; $F = \frac{\pi-1}{4} \cdot a^2 \approx 0,54 a^2$

3. $r_1 = \frac{a}{2}$; $U = \pi \cdot a \approx 3,1a$; $F = \frac{1}{2} a^2 = 0,50 a^2$

4. $r_1 = a$; $r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} a$; $r_3 = \frac{r_1 - r_2}{2}$; $U = \left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \cdot \pi \cdot a \approx 3,6a$; $F = \frac{\sqrt{2}-1}{4} \cdot \pi \cdot a^2 \approx 0,33 a^2$

5. $r_1 = \frac{a}{2}$; $r_2 = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a$; $U = \frac{3+\sqrt{2}}{4} \cdot \pi \cdot a \approx 3,5a$; $F = \frac{\pi+1}{8} \cdot a^2 \approx 0,52 a^2$

6. $r_1 = \frac{a}{2}$; $r_2 = (\sqrt{2} - \frac{1}{2}) \cdot a$; $x = a - r_2 = (\frac{3}{2} - \sqrt{2}) \cdot a$;

$$U = \left(\frac{\sqrt{2}\pi}{2} + 4 - 2\sqrt{2} \right) \cdot a \approx 3,4a$$
 ; $F = \left(1 + \frac{\sqrt{2}\pi}{4} - \frac{5\pi}{8} \right) \cdot a^2 \approx 0,15 a^2$

7. $r_1 = \frac{a}{2}$; $U = \frac{\pi}{2} \cdot a \approx 1,6a$; $F = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{8} \right) \cdot a^2 = 0,040 a^2$

8. $r_1 = \frac{1}{3} \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a$; $U = \frac{\sqrt{3}\pi}{3} \cdot a \approx 1,8a$; $F = \frac{\pi}{12} \cdot a^2 = 0,26 a^2$

9. $r_1 = h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$; $U = \left(\frac{\sqrt{3}\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot a \approx 1,8a$; $F = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{16} \right) \cdot a^2 = 0,07 a^2$

Hinweis: Das kleinere gleichseitige Dreieck entsteht aus dem großen durch

zentrische Streckung mit dem Streckfaktor $k = h : a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

