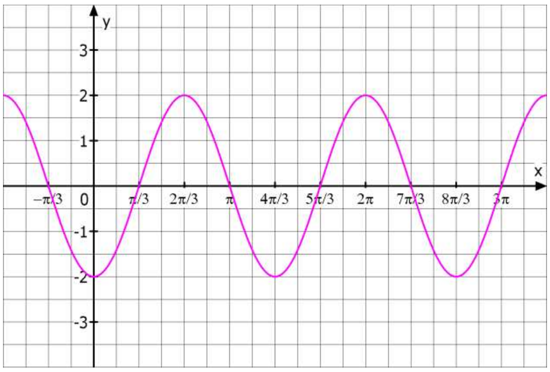
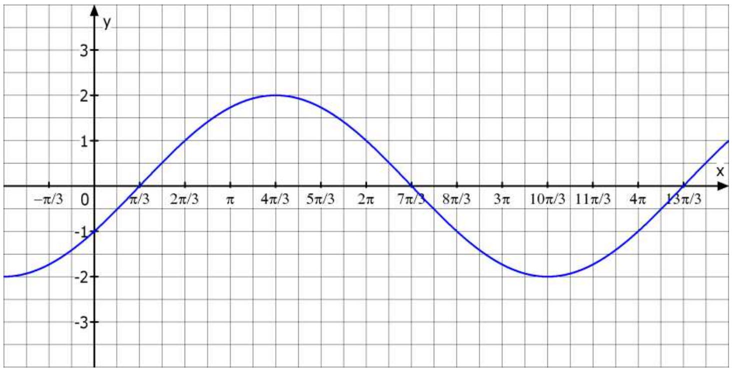
Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Sinus- und Kosinus-Funktionsgraphen

1. Bestätigen Sie durch geeignete Rechnung, dass die Graphen zu den Funktionstermen passen!

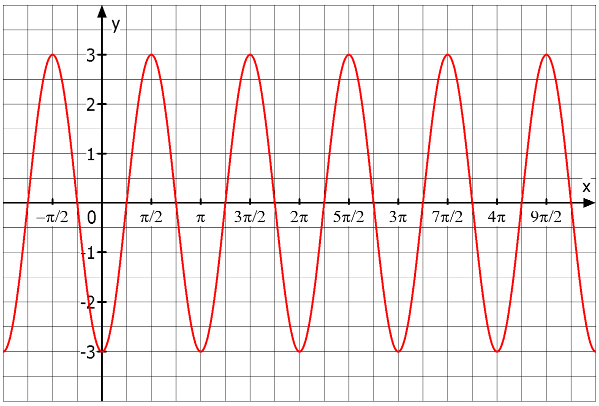
$f(x) = 2 \cdot \cos(1{,}5x - 3\pi)$



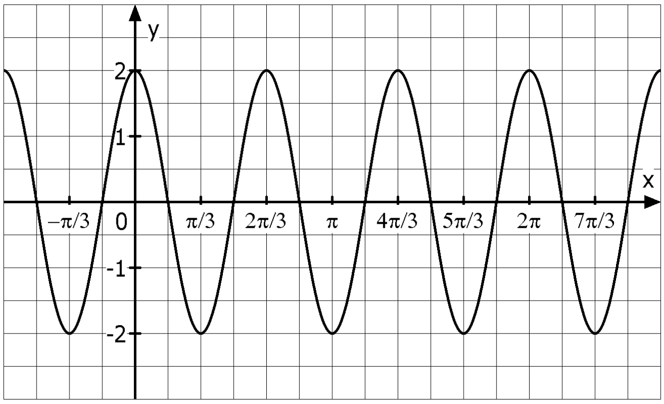
$g(x) = -2 \cdot \cos(0{,}5x + \frac{1}{3}\pi)$



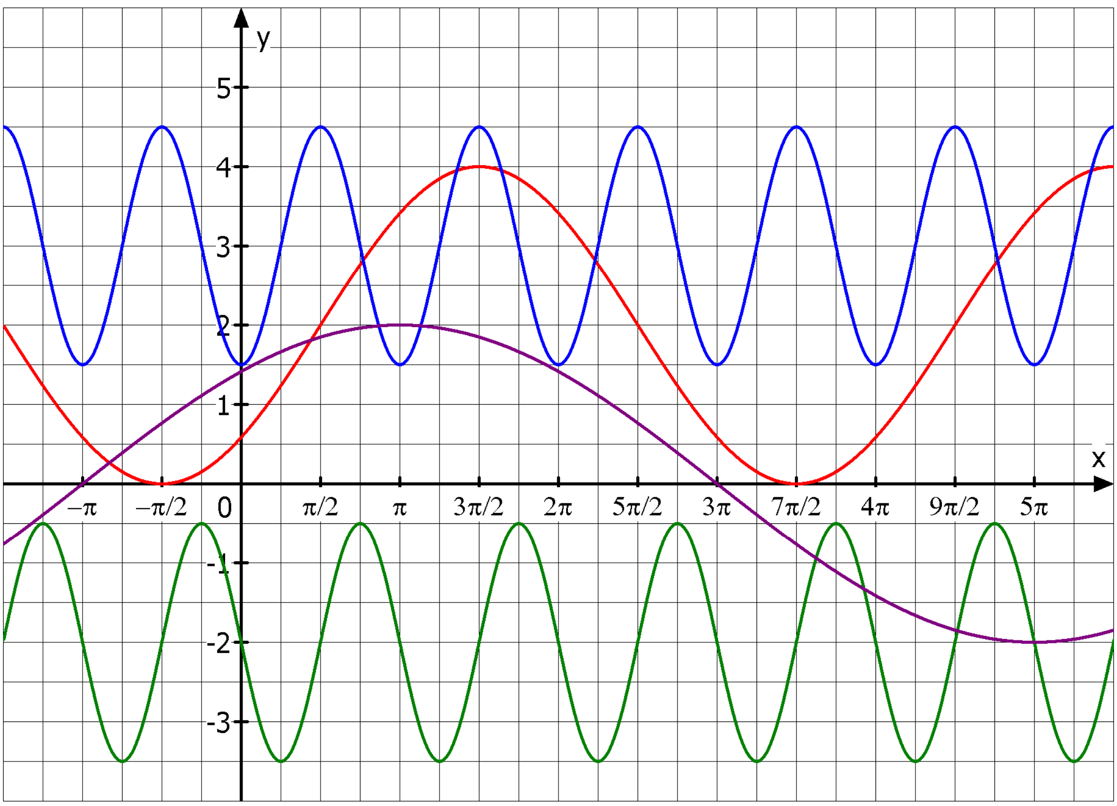
$h(x) = 3 \cdot \cos(2x + 3\pi)$



$k(x) = 2 \cdot \cos(3x - 4\pi)$



2. Können Sie jeden dieser Funktionsgraphen mit einem Sinus- bzw. Kosinusterm beschreiben?



Mathematik * Jahrgangsstufe 10 * Sinus- und Kosinus-Funktionsgraphen * Lösungen

Hinweis: $\cos(x) = 0 \Leftrightarrow x = (2k-1)\cdot\frac{\pi}{2}$ mit $k \in Z$ und $\sin(x) = 0 \Leftrightarrow x = k\cdot\pi$ mit $k \in Z$

1. $f(x) = 2\cdot\cos(1,5x - 3\pi) = 0 \Leftrightarrow 1,5x - 3\pi = (2k-1)\cdot\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 1,5x = k\cdot\pi + \frac{5}{2}\pi \Leftrightarrow$

   $x_k = k\cdot\frac{2\pi}{3} + \frac{5}{3}\pi \Leftrightarrow x_{-2} = \frac{1}{3}\pi$; $x_{-1} = \pi$; $x_o = \frac{5}{3}\pi$; .....

   $x^* = \frac{1}{2}\cdot(x_{-2} + x_{-1}) = \frac{2}{3}\pi$ und $f(x^*) = 2\cos(1,5\cdot\frac{2}{3}\pi - 3\pi) = 2\cos(-2\pi) = 2\cos(0) = 2$

   $g(x) = -2\cdot\cos(0,5x + \frac{1}{3}\pi) = 0 \Leftrightarrow 0,5x + \frac{1}{3}\pi = (2k-1)\cdot\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 0,5x = k\cdot\pi - \frac{5}{6}\pi \Leftrightarrow$

   $x_k = 2\pi\cdot k - \frac{5}{3}\pi \Leftrightarrow x_0 = -\frac{5}{3}\pi$; $x_1 = \frac{1}{3}\pi$; $x_2 = \frac{7}{3}\pi$; .....

   $x^* = \frac{1}{2}\cdot(x_1 + x_2) = \frac{4}{3}\pi$ und $g(x^*) = -2\cos(0,5\cdot\frac{4}{3}\pi + \frac{1}{3}\pi) = -2\cos(\pi) = -2\cdot(-1) = 2$

   $h(x) = 3\cdot\cos(2x + 3\pi) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3\pi = (2k-1)\cdot\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 2x = k\cdot\pi - \frac{7}{2}\pi \Leftrightarrow$

   $x_k = \frac{\pi}{2}\cdot k - \frac{7}{4}\pi \Leftrightarrow x_0 = -\frac{7}{4}\pi$; $x_1 = -\frac{5}{2}\pi$; $x_2 = -\frac{3}{2}\pi$; $x_3 = -\frac{1}{2}\pi$; $x_4 = \frac{1}{2}\pi$; ...

   $x^* = \frac{1}{2}\cdot(x_3 + x_4) = 0$ und $h(x^*) = 3\cos(0 + 3\pi) = 3\cos(3\pi) = 3\cdot(-1) = -3$

   $k(x) = 2\cdot\cos(3x - 4\pi) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4\pi = (2k-1)\cdot\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 3x = k\cdot\pi + \frac{7}{2}\pi \Leftrightarrow$

   $x_k = \frac{\pi}{3}\cdot k + \frac{7}{6}\pi \Leftrightarrow x_{-3} = \frac{1}{6}\pi$; $x_{-2} = \frac{1}{2}\pi$; $x_{-1} = \frac{5}{6}\pi$; $x_0 = \frac{7}{6}\pi$; ...

   $x^* = \frac{1}{2}\cdot(x_{-1} + x_0) = \pi$ und $k(x^*) = 2\cos(3\pi + 3\pi) = 2\cos(6\pi) = 2\cdot(-1) = -2$

2. Blauer Graph $y = -1,5\cdot\cos(2x) + 3$ oder $y = 1,5\cdot\cos(2x + \pi) + 3$ oder …

   roter Graph $y = 2\cdot\sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}) + 2$ oder $y = 2\cdot\cos(\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\pi) + 2$ oder …

   grüner Graph $y = -1,5\cdot\sin(2x) - 2$ oder $y = 1,5\cdot\sin(2x + \pi) - 2$ oder …

   violetter Graph $y = 2\cdot\sin(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\pi)$ oder $y = 2\cdot\cos(\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\pi)$ oder …