

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 10.05.2011 * Gruppe A

1. Eine Funktion f vierten Grades soll eine doppelte Nullstelle bei $x_1 = 3$ und eine einfache Nullstelle bei $x_2 = 0$ besitzen.

Der Graph von f soll außerdem durch die Punkte $(1/6)$ und $(2/4)$ gehen.

Bestimmen Sie den Funktionsterm von f .

2. Die Funktion g mit dem Funktionsterm $g(x) = x^3 - 3x^2 + a \cdot x$ (mit $a \in \mathbb{R}$) soll bei $x_1 = -2$ eine Nullstelle besitzen.

Bestimmen Sie den Wert von a und berechnen Sie alle weiteren Nullstellen von g .

3. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{5} \cdot (x-2)^2 \cdot x \cdot (x+1)$.

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von f ! Geben Sie auch an, ob es sich jeweils um einfache, doppelte oder dreifache Nullstellen handelt.

Untersuchen Sie auch das Grenzwertverhalten von $f(x)$ für $x \rightarrow +\infty$.

b) Skizzieren Sie nun den groben Verlauf des Graphen von f .

| | | | | | |
|---------|---|---|----|---|-------|
| Aufgabe | 1 | 2 | 3a | b | Summe |
| Punkte | 7 | 6 | 4 | 3 | 20 |

Gutes Gelingen! G.R.

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 10.05.2011 * Gruppe B

1. Eine Funktion g vierten Grades soll eine doppelte Nullstelle bei $x_1 = 2$ und eine einfache Nullstelle bei $x_2 = 0$ besitzen.

Der Graph von f soll außerdem durch die Punkte $(1/2)$ und $(3/9)$ gehen.

Bestimmen Sie den Funktionsterm von g .

2. Die Funktion f mit dem Funktionsterm $f(x) = x^3 + x^2 + a \cdot x$ (mit $a \in \mathbb{R}$) soll bei $x_1 = -3$ eine Nullstelle besitzen.

Bestimmen Sie den Wert von a und berechnen Sie alle weiteren Nullstellen von f .

3. Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = \frac{1}{4} \cdot (x-1) \cdot x \cdot (x+2)^2$.

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von h ! Geben Sie auch an, ob es sich jeweils um einfache, doppelte oder dreifache Nullstellen handelt.

Untersuchen Sie auch das Grenzwertverhalten von $h(x)$ für $x \rightarrow +\infty$.

b) Skizzieren Sie nun den groben Verlauf des Graphen von h .

| | | | | | |
|---------|---|---|----|---|-------|
| Aufgabe | 1 | 2 | 3a | b | Summe |
| Punkte | 7 | 6 | 4 | 3 | 20 |

Gutes Gelingen! G.R.

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 10.05.2011 * Gruppe A * Lösung

1. Ansatz: $f(x) = (x-3)^2 \cdot x \cdot (ax+b)$

(1) $f(1) = 6 \Leftrightarrow (-2)^2 \cdot 1 \cdot (a+b) = 6 \Leftrightarrow a+b = 1,5 \Rightarrow b = 1,5 - a$ in (2)

(2) $f(2) = 4 \Leftrightarrow (-1)^2 \cdot 2 \cdot (2a+b) = 4 \Leftrightarrow 2a+b = 2$

(1) in (2) $2a + 1,5 - a = 2 \Rightarrow a = 0,5$ und $b = 1,5 - 0,5 = 1$

also $f(x) = (x-3)^2 \cdot x \cdot (0,5x+1) = 0,5 \cdot (x-3)^2 \cdot x \cdot (x+2)$

2. $g(x) = x^3 - 3x^2 + a \cdot x$ und $g(-2) = 0 \Rightarrow -8 - 12 - 2a = 0 \Rightarrow a = -10$

also $g(x) = x^3 - 3x^2 - 10x = x \cdot (x^2 - 3x - 10) = x \cdot (x+2) \cdot (x-5)$

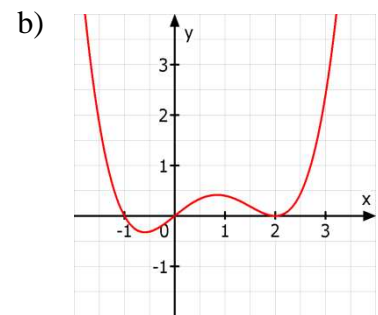
Nullstellen: $g(x) = 0 \Leftrightarrow 0 = x \cdot (x+2) \cdot (x-5) \Leftrightarrow x_1 = -2; x_2 = 0$ und $x_3 = 5$

3. a) Nullstellen von f mit $f(x) = \frac{1}{5} \cdot (x-2)^2 \cdot x \cdot (x+1)$:

Doppelte Nullstelle bei $x_1 = 2$;

einfache Nullstellen bei $x_2 = 0$ und $x_3 = -1$.

Für $x \rightarrow \infty$ gilt $f(x) \rightarrow \infty$ und daher folgt der angegebene grobe Verlauf des Graphen von f.



2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 10.05.2011 * Gruppe B * Lösung

1. Ansatz: $g(x) = (x-2)^2 \cdot x \cdot (ax+b)$

(1) $g(1) = 2 \Leftrightarrow (-1)^2 \cdot 1 \cdot (a+b) = 2 \Leftrightarrow a+b = 2 \Rightarrow b = 2 - a$ in (2)

(2) $g(3) = 9 \Leftrightarrow (1)^2 \cdot 3 \cdot (3a+b) = 9 \Leftrightarrow 3a+b = 3$

(1) in (2) $3a + 2 - a = 3 \Rightarrow 2a = 1$ also $a = 0,5$ und $b = 2 - 0,5 = 1,5$

also $g(x) = (x-2)^2 \cdot x \cdot (0,5x+1,5) = 0,5 \cdot (x-2)^2 \cdot x \cdot (x+3)$

2. $f(x) = x^3 + x^2 + a \cdot x$ und $f(-3) = 0 \Rightarrow -27 + 9 - 3a = 0 \Rightarrow 3a = -18 \Rightarrow a = -6$

also $f(x) = x^3 + x^2 - 6x = x \cdot (x^2 + x - 6) = x \cdot (x+3) \cdot (x-2)$

Nullstellen: $f(x) = 0 \Leftrightarrow 0 = x \cdot (x+3) \cdot (x-2) \Leftrightarrow x_1 = -3; x_2 = 0$ und $x_3 = 2$

3. a) Nullstellen von f mit $h(x) = \frac{1}{4} \cdot (x-1) \cdot x \cdot (x+2)^2$:

Doppelte Nullstelle bei $x_1 = -2$;

einfache Nullstellen bei $x_2 = 0$ und $x_3 = 1$.

Für $x \rightarrow \infty$ gilt $f(x) \rightarrow \infty$ und daher folgt der angegebene grobe Verlauf des Graphen von f.

