

1. Extemporale aus der Mathematik * Klasse 10d * 28.01.2014 * Gruppe A

1. Fassen Sie die Terme zu einem einzigen Logarithmus zusammen und vereinfachen Sie dann.
Es gilt $a, b \in \mathbb{R}^+$.

a) $2 \cdot \log_b a - \log_b 5a + \log_b \frac{5b}{a}$

b) $2 \cdot \log_{\sqrt{b}} b + \log_{\sqrt{b}} 2 - \log_{\sqrt{b}} (2b)$

c) $2 \cdot \log_3 a - \frac{1}{2} \cdot \log_3 (4a) - \log_3 \left(\frac{a}{2}\right)$

2. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung.

Runden Sie dann ein irrationales Ergebnis auf 2 Dezimalstellen genau.

a) $2^{x+1} = \frac{1}{8}$

b) $3^{x-1} = 5$

c) $2^{x+3} = 5^x$

d) $5 \cdot 2^{x+1} = 3^x$

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	c	d	Summe
Punkte	3	3	3	3	3	4	4	23



Gutes Gelingen! G.R.

1. Extemporale aus der Mathematik * Klasse 10d * 28.01.2014 * Gruppe B

1. Fassen Sie die Terme zu einem einzigen Logarithmus zusammen und vereinfachen Sie dann.
Es gilt $a, b \in \mathbb{R}^+$.

a) $2 \cdot \log_a b - \log_a 3b + \log_a \frac{3a}{b}$

b) $2 \cdot \log_{\sqrt{a}} a + \log_{\sqrt{a}} 5 - \log_{\sqrt{a}} (5a)$

c) $2 \cdot \log_2 b - \frac{1}{2} \cdot \log_2 (9b) - \log_2 \left(\frac{b}{3}\right)$

2. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung.

Runden Sie dann ein irrationales Ergebnis auf 2 Dezimalstellen genau.

a) $2^{x-1} = \frac{1}{8}$

b) $2^{x+1} = 5$

c) $3^{x+2} = 5^x$

d) $3 \cdot 2^{x+1} = 5^x$

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	c	d	Summe
Punkte	3	3	3	3	3	4	4	23



Gutes Gelingen! G.R.

1. Extemporale aus der Mathematik * Klasse 10d * 28.01.2014 * Gruppe A * Lösung

1. a) $2 \cdot \log_b a - \log_b 5a + \log_b \frac{5b}{a} = \log_b \frac{a^2 \cdot 5b}{5a \cdot a} = \log_b b = 1$

b) $2 \cdot \log_{\sqrt{b}} b + \log_{\sqrt{b}} 2 - \log_{\sqrt{b}} (2b) = \log_{\sqrt{b}} \frac{b^2 \cdot 2}{2b} = \log_{\sqrt{b}} b = 2$

c) $2 \cdot \log_3 a - \frac{1}{2} \cdot \log_3 (4a) - \log_3 \left(\frac{a}{2}\right) = \log_3 \frac{a^2}{\sqrt{4a} \cdot 0,5a} = \log_3 \frac{a}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot 0,5} = \log_3 \sqrt{a}$

2. a) $2^{x+1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^{-3} \Leftrightarrow x+1 = -3 \Leftrightarrow x = -4$

b) $3^{x-1} = 5 \Leftrightarrow x-1 = \log_3 5 \Leftrightarrow x = 1 + \log_3 5 = 2,464... \approx 2,46$

c) $2^{x+3} = 5^x \Leftrightarrow (x+3) \cdot \lg 2 = x \cdot \lg 5 \Leftrightarrow 3 \cdot \lg 2 = x \cdot (\lg 5 - \lg 2) \Leftrightarrow$

$$x = \frac{3 \cdot \lg 2}{\lg 5 - \lg 2} = \frac{\lg 8}{\lg 2,5} = 2,269... \approx 2,27$$

d) $5 \cdot 2^{x+1} = 3^x \Leftrightarrow \lg 5 + (x+1) \cdot \lg 2 = x \cdot \lg 3 \Leftrightarrow \lg 5 + \lg 2 = x \cdot (\lg 3 - \lg 2) \Leftrightarrow$

$$x = \frac{\lg 5 + \lg 2}{\lg 3 - \lg 2} = \frac{\lg 10}{\lg 1,5} = 5,678... \approx 5,68$$



1. Extemporale aus der Mathematik * Klasse 10d * 28.01.2014 * Gruppe B * Lösung

1. a) $2 \cdot \log_a b - \log_a 3b + \log_a \frac{3a}{b} = \log_a \frac{b^2 \cdot 3a}{3b \cdot b} = \log_a a = 1$

b) $2 \cdot \log_{\sqrt{a}} a + \log_{\sqrt{a}} 5 - \log_{\sqrt{a}} (5a) = \log_{\sqrt{a}} \frac{a^2 \cdot 5}{5a} = \log_{\sqrt{a}} a = 2$

c) $2 \cdot \log_2 b - \frac{1}{2} \cdot \log_2 (9b) - \log_2 \left(\frac{b}{3}\right) = \log_2 \frac{b^2 \cdot 3}{\sqrt{9b} \cdot b} = \log_2 \frac{b \cdot 3}{3 \cdot \sqrt{b}} = \log_2 \sqrt{b}$

2. a) $2^{x-1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^{-3} \Leftrightarrow x-1 = -3 \Leftrightarrow x = -2$

b) $2^{x+1} = 5 \Leftrightarrow x+1 = \log_2 5 \Leftrightarrow x = -1 + \log_2 5 = 1,321... \approx 1,32$

c) $3^{x+2} = 5^x \Leftrightarrow (x+2) \cdot \lg 3 = x \cdot \lg 5 \Leftrightarrow 2 \cdot \lg 3 = x \cdot (\lg 5 - \lg 3) \Leftrightarrow$

$$x = \frac{2 \cdot \lg 3}{\lg 5 - \lg 3} = 4,301... \approx 4,30$$

d) $3 \cdot 2^{x+1} = 5^x \Leftrightarrow \lg 3 + (x+1) \cdot \lg 2 = x \cdot \lg 5 \Leftrightarrow \lg 3 + \lg 2 = x \cdot (\lg 5 - \lg 2) \Leftrightarrow$

$$x = \frac{\lg 3 + \lg 2}{\lg 5 - \lg 2} = \frac{\lg 6}{\lg 2,5} = 1,955... \approx 1,96$$

