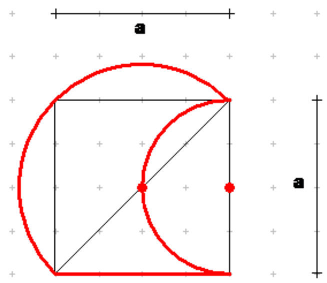
1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 22.11.2013 * Gruppe A

1. a) Berechnen Sie den Umfang der rot umrandeten Figur in Vielfachen der Länge a.

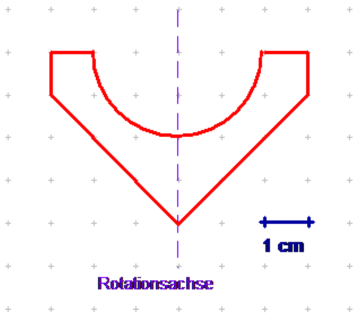
   b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der rot umrandeten Figur in Vielfachen von a^2.



2. Ein rotationssymmetrisches Werkstück soll aus Aluminium der Dichte $2{,}71\ \text{g/cm}^3$ hergestellt werden.

   Das Bild zeigt das Werkstück im Querschnitt.

   Berechnen Sie die Masse des Werkstücks.



3. Die Städte Tokyo (Japan) und Santa Fe (USA, New Mexico) liegen beide auf der geographischen Breite $35{,}7^\circ$ nördlich.
   Santa Fe liegt $105{,}9^\circ$ westlich und Tokyo $139{,}8^\circ$ östlich Greenwich.
   Herr Huber darf mit dem Flugzeug auf dem Breitenkreis von Tokyo nach Santa Fe fliegen.
   Soll er Richtung Osten oder Richtung Westen wegfliegen, wenn er die kürzere Strecke zu fliegen wünscht? Wie weit ist dann die zugehörige Flugstrecke?
   (Erdradius: R = 6370 km)

4. Bestimmen Sie alle $x \in [0\,;\,2\pi]$ mit

   a) $\sin x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ b) $\cos x = \frac{1}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

5. Unter welchem Winkel schneidet die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = 0{,}8x + 1{,}2$ die x-Achse? Runden Sie auf $0{,}1^\circ$ genau.

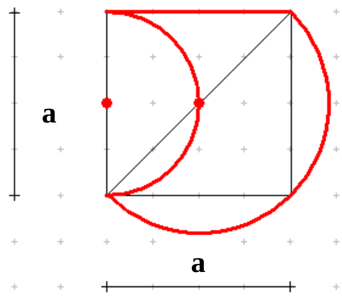
Aufgabe	1a	b	2	3	4a	b	5	Summe
Punkte	4	3	6	5	3	3	3	27

Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 22.11.2013 * Gruppe B

1. a) Berechnen Sie den Umfang der rot umrandeten Figur in Vielfachen der Länge a.

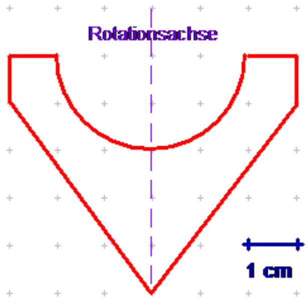
   b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der rot umrandeten Figur in Vielfachen von a^2.



2. Ein rotationssymmetrisches Werkstück soll aus Kupfer der Dichte 8,92 g/cm^3 hergestellt werden.

   Das Bild zeigt das Werkstück im Querschnitt.

   Berechnen Sie die Masse des Werkstücks.



3. Die Städte Tokyo (Japan) und Santa Fe (USA, New Mexico) liegen beide auf der geographischen Breite $35{,}7^\circ$ nördlich.
   Santa Fe liegt $105{,}9^\circ$ westlich und Tokyo $139{,}8^\circ$ östlich Greenwich.
   Herr Huber darf mit dem Flugzeug auf dem Breitenkreis von Tokyo nach Santa Fe fliegen.
   Soll er Richtung Osten oder Richtung Westen wegfliegen, wenn er die kürzere Strecke zu fliegen wünscht? Wie weit ist dann die zugehörige Flugstrecke?
   (Erdradius: R = 6370 km)

4. Bestimmen Sie alle $x \in [0\,;\,2\pi]$ mit

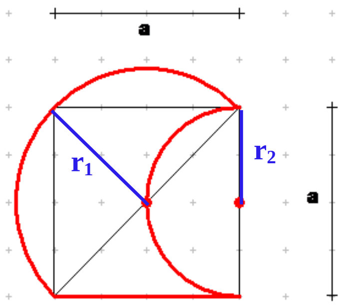
   a) $\cos x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ b) $\sin x = \frac{1}{4}(\sqrt{2} - \sqrt{6})$

5. Unter welchem Winkel schneidet die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = 1{,}2x + 0{,}8$ die x-Achse? Runden Sie auf $0{,}1^\circ$ genau.

Aufgabe	1a	b	2	3	4a	b	5	Summe
Punkte	4	3	6	5	3	3	3	27

Gutes Gelingen! G.R.

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 22.11.2013 * Gruppe A * Lösung



1. a) $r_1 = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot a$ und $r_2 = \frac{1}{2}\cdot a$

$U = a + \frac{1}{2}\cdot 2\pi r_1 + \frac{1}{2}\cdot 2\pi r_2 =$

$a + \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot a + \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{2}\cdot a =$

$(1+\frac{1}{2}\pi\sqrt{2} + \frac{1}{2}\pi)\cdot a \approx 4{,}79\,a$

b) $A = \frac{1}{2}\cdot r_1^2\pi + \frac{1}{2}\cdot a^2 - \frac{1}{2}\cdot r_2^2\pi = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{4}a^2\pi + \frac{1}{2}\cdot a^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}a^2\pi = (\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\pi)a^2 \approx 0{,}89\,a^2$

2. $V = V_{Zylinder} + V_{Kegel} - \frac{1}{2}\cdot V_{Kugel} = (3cm)^2\pi\cdot 1cm + \frac{1}{3}(3cm)^2\pi\cdot 3cm - \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot(2cm)^3\pi =$

$9\,cm^3\pi + 9\,cm^3\pi - \frac{16}{3}\cdot cm^3\pi = \frac{38}{3}\cdot\pi\cdot cm^3$

$m = \rho\cdot V = 2{,}71\frac{g}{cm^3}\cdot\frac{38}{3}\cdot\pi\cdot cm^3 = 107{,}8...g \approx 108\,g$

3. Herr Huber sollte in Richtung Osten von Tokyo wegfliegen, denn Richtung Westen sind es $139{,}8^o + 105{,}9^o = 245{,}7^o$ auf dem Breitenkreis, in Richtung Westen sind es dagegen nur $360^o - 245{,}7^o = 114{,}3^o$ auf dem Breitenkreis.

Breitenkreisradius $r_{BK} = R_{Erde}\cdot\cos\varphi_{BK} = 6370\,km\cdot\cos 35{,}7^o = 5172{,}97...km \approx 5173\,km$

Länge der Flugstrecke:

$2\cdot\pi\cdot r_{BK}\cdot\frac{114{,}3^o}{360^o} = 2\cdot\pi\cdot 5173\,km\cdot\frac{114{,}3^o}{360^o} = 10319{,}6...km \approx 1{,}032\cdot 10^4\,km$

4. a) $\sin x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d.h. $\sin\varphi = -\frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow \varphi_1 = -60^o \mathrel{\hat{=}} 300^o$ und $\varphi_2 = 180^o + 60^o = 240^o$

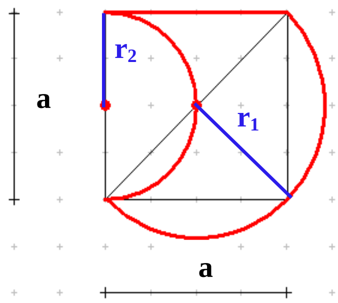
also $x_1 = \frac{5\pi}{3}$; $x_2 = \frac{4\pi}{3}$

b) $\cos x = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$, d.h. $\cos\varphi = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$, also $\varphi_1 = 75^o$ und $\varphi_2 = 285^o$

also $x_1 = \frac{5\pi}{12}$; $x_2 = \frac{19\pi}{12}$

5. $\tan\varphi = m$ also $\tan\varphi = 0{,}8 \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}0{,}8 = 38{,}65...^o \approx 38{,}7^o$

1. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 10d * 19.11.2013 * Gruppe B * Lösung



1. a) $r_1 = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot a$ und $r_2 = \frac{1}{2}\cdot a$

$U = a + \frac{1}{2}\cdot 2\pi r_1 + \frac{1}{2}\cdot 2\pi r_2 =$

$a + \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot a + \frac{1}{2}\cdot 2\pi\cdot\frac{1}{2}\cdot a =$

$(1 + \frac{1}{2}\pi\sqrt{2} + \frac{1}{2}\pi)\cdot a \approx 4{,}79\,a$

b) $A = \frac{1}{2}\cdot r_1^2\pi + \frac{1}{2}\cdot a^2 - \frac{1}{2}\cdot r_2^2\pi = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{4}a^2\pi + \frac{1}{2}\cdot a^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}a^2\pi = (\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\pi)a^2 \approx 0{,}89\,a^2$

2. $V = V_{Zylinder} + V_{Kegel} - \frac{1}{2}\cdot V_{Kugel} = (3\text{cm})^2\pi\cdot 1\text{cm} + \frac{1}{3}(3\text{cm})^2\pi\cdot 4\text{cm} - \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot(2\text{cm})^3\pi =$

$9\,\text{cm}^3\pi + 12\,\text{cm}^3\pi - \frac{16}{3}\cdot\text{cm}^3\pi = \frac{47}{3}\cdot\pi\cdot\text{cm}^3$

$m = \rho\cdot V = 8{,}92\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\cdot\frac{47}{3}\cdot\pi\cdot\text{cm}^3 = 439{,}0...\text{g} \approx 439\,\text{g}$

3. Herr Huber sollte in Richtung Osten von Tokyo wegfliegen, denn Richtung Westen sind es $139{,}8^\circ + 105{,}9^\circ = 245{,}7^\circ$ auf dem Breitenkreis, in Richtung Westen sind es dagegen nur $360^\circ - 245{,}7^\circ = 114{,}3^\circ$ auf dem Breitenkreis.

Breitenkreisradius $r_{BK} = R_{Erde}\cdot\cos\varphi_{BK} = 6370\,\text{km}\cdot\cos 35{,}7^\circ = 5172{,}97...\text{km} \approx 5173\,\text{km}$

Länge der Flugstrecke:

$2\cdot\pi\cdot r_{BK}\cdot\frac{114{,}3^\circ}{360^\circ} = 2\cdot\pi\cdot 5173\,\text{km}\cdot\frac{114{,}3^\circ}{360^\circ} = 10319{,}6...\text{km} \approx 1{,}032\cdot 10^4\,\text{km}$

4. a) $\cos x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ d.h. $\cos\varphi = -\frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow \varphi_1 = 150^\circ$ und $\varphi_2 = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ$

also $x_1 = \frac{5\pi}{6}$; $x_2 = \frac{7\pi}{6}$

b) $\sin x = \frac{1}{4}(\sqrt{2} - \sqrt{6})$, d.h. $\sin\varphi = \frac{1}{4}(\sqrt{2} - \sqrt{6})$, also $\varphi_1 = -15^\circ \mathrel{\hat{=}} 345^\circ$ und $\varphi_2 = 195^\circ$

also $x_1 = \frac{23\pi}{12}$; $x_2 = \frac{13\pi}{12}$

5. $\tan\varphi = m$ also $\tan\varphi = 1{,}2 \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}1{,}2 = 50{,}19...^\circ \approx 50{,}2^\circ$