

Q12 * Mathematik * Bernoulli-Ketten und Binomialverteilung

Für eine Bernoulli-Kette der Länge n mit dem Parameter p gilt:

$$P_p^n(x=k) = B(n;p;k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} \quad \text{und} \quad P_p^n(x \leq k) = \sum_{i=0}^k B(n;p;i) \quad (\text{auch } F_p^n(k) \text{ geschrieben})$$

Die Werte von $F_p^n(k) = P_p^n(x \leq k) = \sum_{i=0}^k B(n;p;i)$ sind für einige wichtige Werte von n und p in den Stochastik-Tabellen angegeben.

Viele Aufgaben lassen sich mit diesen Tabellenwerten sehr schnell ohne großen Rechenaufwand lösen.

Aufgaben:

(Geben Sie bei den folgenden Aufgaben – falls möglich – die Wahrscheinlichkeiten auch als $B(n;p;k)$ bzw. $F_p^n(k)$ an.)

1. Ein idealer Würfel wird 100-mal geworfen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die folgenden Ereignisse?

- a) $A =$ „Genau 20 Mal die 6“ b) $B =$ „Höchstens 20 Mal die 6“
c) $C =$ „Die Anzahl der 6-er liegt echt zwischen 10 und 20.“
d) $D =$ „Mehr als 20 Mal die 6“ e) $E =$ „Mindestens 60 Mal eine Zahl größer als 3“
f) $F =$ „Höchstens 30 Mal eine Zahl kleiner als 3“
g) $G =$ „Mindestens 85 Mal keine 1“ h) $H =$ „Keine einzige 6“



2. Wie oft muss man einen Würfel werfen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% mindestens eine „6“ zu erhalten?

3. Hans wirft 100-mal eine Münze.

Bestimmen Sie für folgende Ereignisse die Wahrscheinlichkeiten.

- a) $A =$ „Mindestens 45 Mal Kopf“ b) $B =$ „Höchstens 45 Mal Zahl“
c) $C =$ „Die Anzahl von Kopf liegt echt zwischen 45 und 55“
d) $D =$ „Genau 50 Mal Kopf“ e) $E =$ „Bei den ersten 10 Würfeln nie Kopf“

4. Paul spielt Roulette mit System. Er setzt 1€ auf Schwarz.

Wenn er gewinnt kassiert er den gesetzten Euro und zusätzlich einen Euro. Wenn er verliert, dann verdoppelt er den Einsatz.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Peter erst beim 6-ten Spiel gewinnt? Wie viel Euro gewinnt Peter dann?
b) Welchen Betrag muss Paul vorrätig haben, wenn er mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% gewinnen will?



5. Ein elektrisches Gerät enthält 100 Bauteile, die unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von 2% ausfallen. Das Gerät ist unbrauchbar, wenn mehr als 3 dieser Bauteile defekt sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Gerät unbrauchbar?

6. Peter wirft 6 ideale Würfel auf ein Mal. Bestimmen Sie für die folgenden Ereignisse die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

- a) $A =$ „Nur gerade Zahlen“ b) $B =$ „Mindestens 2 Mal 6“
c) $C =$ „Lauter verschiedene Zahlen“ d) $D =$ „Genau eine 3“
e) $E =$ „Augensumme 35“ f) $F =$ „Augensumme 8“