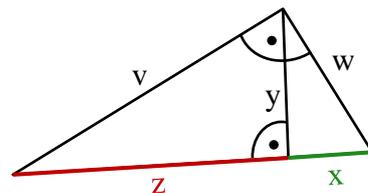


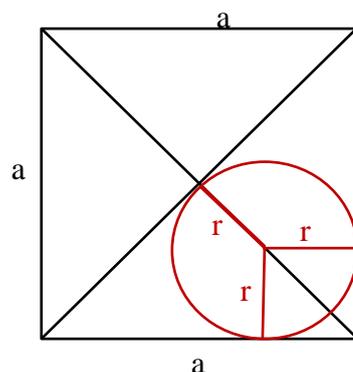
2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 22.01.2018 * Gruppe A

1. Im abgebildeten rechtwinkligen Dreieck sind die Strecken ungewöhnlich bezeichnet.

- Gib mit den angegebenen Bezeichnungen den Höhensatz und den Kathetensatz für die Kathete w an.
- Es gelte $w = 3$ und $x = 2$.
Berechne die Längen z und v .
(Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu!)

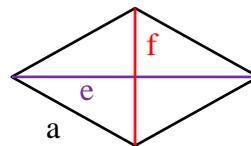


2. Dem Quadrat mit der Kantenlänge a ist ein Kreis mit dem Radius r in der angegebenen Form einbeschrieben.
Bestimme r als „Bruchteil“ von a !



3. a) Im Dreieck ABC mit $A(3/5)$, $B(1/2)$ und $C(9/1)$ gilt $\overline{AB} = \sqrt{13}$ und $\overline{AC} = 2 \cdot \sqrt{13}$ (Nachweis nicht erforderlich!)
Prüfe mit einer geeigneten Rechnung, ob das Dreieck rechtwinklig ist.

- In der abgebildeten Raute mit Seitenlänge $a = 9$ hat eine Diagonale die Länge $e = 12$.
(Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu!)
Berechne die Länge f der zweiten Diagonale und den Flächeninhalt der Raute!



4. Die Funktion f mit $f(x) = x \cdot (x - 5) + 1,25$ besitzt eine Normalparabel als Graph.
Bestimme mit quadratischer Ergänzung die Koordinaten des Scheitels dieser Normalparabel.

- Gib zur Normalparabel mit dem Scheitel $S(1/-2)$ die Funktionsgleichung in der Scheitelpunktform an und zeichne diese Normalparabel sauber in ein Koordinatensystem.
- Zeichne zusätzlich die Gerade mit der Funktionsgleichung $g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$ in das Koordinatensystem von Aufgabe a) ein und bestimme graphisch möglichst genau die Koordinaten der beiden Schnittpunkte von Parabel und Gerade.
- Bestimme nun mit einer Rechnung die Koordinaten der beiden Schnittpunkte exakt.

Aufgabe	1a	b	2	3a	b	4	5a	b	c	Summe
Punkte	2	4	4	3	5	4	4	3	5	34

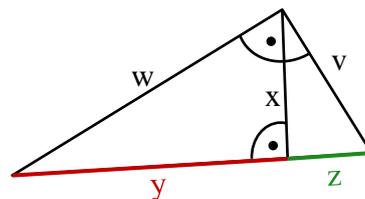


Gutes Gelingen! G.R.

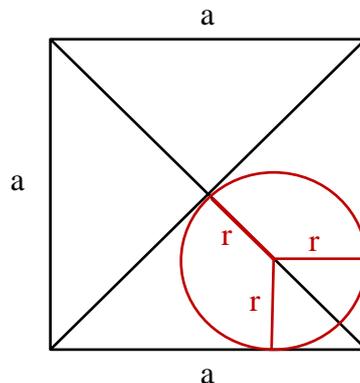
2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 22.01.2018 * Gruppe B

1. Im abgebildeten rechtwinkligen Dreieck sind die Strecken ungewöhnlich bezeichnet.

- Gib mit den angegebenen Bezeichnungen den Höhensatz und den Kathetensatz für die Kathete v an.
- Es gelte $v = 3$ und $z = 2$.
Berechne die Längen y und w .
(Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu!)

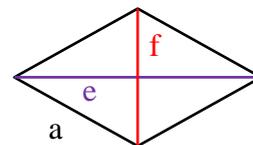


2. Dem Quadrat mit der Kantenlänge a ist ein Kreis mit dem Radius r in der angegebenen Form einbeschrieben.
Bestimme r als „Bruchteil“ von a !



3. a) Im Dreieck ABC mit $A(3/6)$, $B(1/3)$ und $C(9/2)$ gilt $\overline{AB} = \sqrt{13}$ und $\overline{AC} = 2 \cdot \sqrt{13}$ (Nachweis nicht erforderlich!)
Prüfe mit einer geeigneten Rechnung, ob das Dreieck rechtwinklig ist.

- In der abgebildeten Raute mit Seitenlänge $a = 6$ hat eine Diagonale die Länge $e = 8$.
(Die Abbildung ist nicht maßstabsgetreu!)
Berechne die Länge f der zweiten Diagonale und den Flächeninhalt der Raute!



4. Die Funktion f mit $f(x) = x \cdot (x - 3) + 1,75$ besitzt eine Normalparabel als Graph.
Bestimme mit quadratischer Ergänzung die Koordinaten des Scheitels dieser Normalparabel.

- Gib zur Normalparabel mit dem Scheitel $S(-1/-2)$ die Funktionsgleichung in der Scheitelpunktform an und zeichne diese Normalparabel sauber in ein Koordinatensystem.
- Zeichne zusätzlich die Gerade mit der Funktionsgleichung $g(x) = \frac{1}{3}x + 3$ in das Koordinatensystem von Aufgabe a) ein und bestimme möglichst genau die Koordinaten der beiden Schnittpunkte von Parabel und Gerade.
- Bestimme nun mit einer Rechnung die Koordinaten der beiden Schnittpunkte exakt.

Aufgabe	1a	b	2	3a	b	4	5a	b	c	Summe
Punkte	2	4	4	3	5	4	4	3	5	34



Gutes Gelingen! G.R.

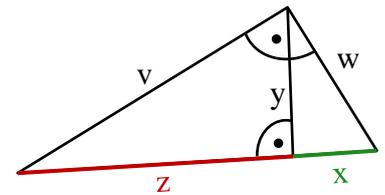
2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 22.01.2018 * Lösung * Gruppe A

1. a) Höhensatz: $y^2 = x \cdot z$

Kathetensatz: $w^2 = x \cdot (x + z)$

b) $w^2 = x \cdot (x + z) \Rightarrow 3^2 = 2 \cdot (2 + z) \Leftrightarrow 4,5 = 2 + z \Leftrightarrow z = 2,5$

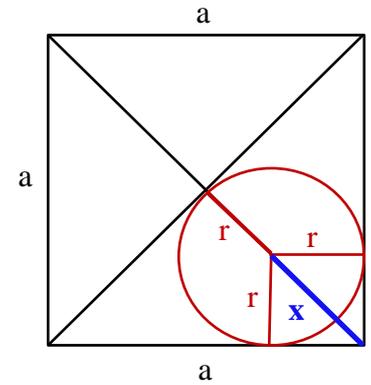
$v^2 + w^2 = (x + z)^2 \Rightarrow v = \sqrt{4,5^2 - 3^2} = \sqrt{11,25} = 1,5 \cdot \sqrt{5}$



2. $r + x = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a$ und $x = \sqrt{2} \cdot r \Rightarrow$

$r + \sqrt{2} \cdot r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a \Leftrightarrow (1 + \sqrt{2}) \cdot r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a \Leftrightarrow$

$r = \frac{0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot (\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1)} = \frac{a - 0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot a}{2 - 1} = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})a$



3. a) $\overline{BC} = \sqrt{(9-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \sqrt{13}^2 + (2 \cdot \sqrt{13})^2 = 13 + 4 \cdot 13 = 5 \cdot 13 = 65$

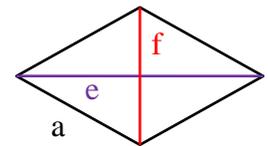
und $\overline{BC}^2 = \sqrt{65}^2 = 65 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \Rightarrow$

ΔABC ist rechtwinklig mit $\alpha = 90^\circ$

b) $a^2 = (0,5 \cdot e)^2 + (0,5 \cdot f)^2 \Rightarrow 9^2 = 6^2 + (0,5 \cdot f)^2 \Rightarrow$

$(0,5 \cdot f)^2 = 81 - 36 \Rightarrow 0,5 \cdot f = \sqrt{45} \Rightarrow f = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 6 \cdot \sqrt{5}$

$A_{\text{Raute}} = 0,5 \cdot e \cdot 0,5 \cdot f \cdot 2 = 0,5 \cdot e \cdot f = 0,5 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \sqrt{5} = 36 \cdot \sqrt{5}$



4. $f(x) = x \cdot (x - 5) + 1,25 = x^2 - 5x + 1,25 = x^2 - 5x + 2,5^2 - 2,5^2 + 1,25 =$

$(x - 2,5)^2 - 6,25 + 1,25 = (x - 2,5)^2 - 5$ also Scheitel $S(2,5 / -5)$

5. a) Scheitelpunktform: $f(x) = (x - 1)^2 - 2$

b) $S_1(3 / 2)$ und $S_2 \approx (-1,3 / 3,45)$

c) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow$

$x^2 - 2x + 1 - 2 = -\frac{1}{3}x + 3 \Leftrightarrow$

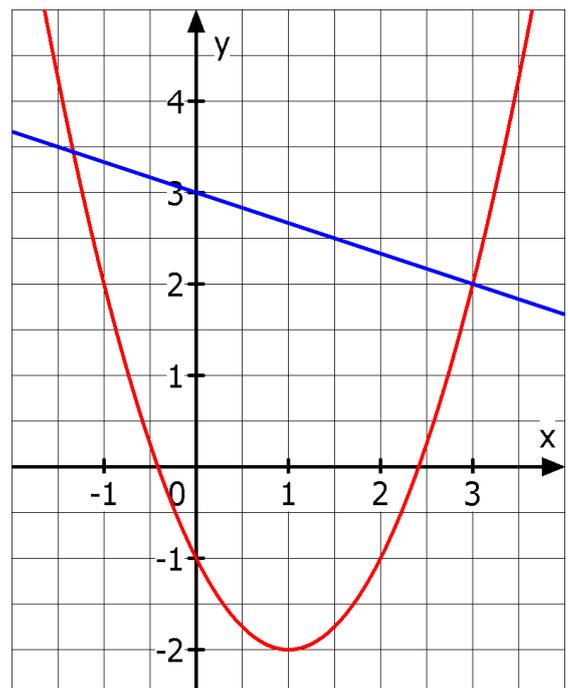
$x^2 - \frac{5}{3}x = 4 \Leftrightarrow (x - \frac{5}{6})^2 - (\frac{5}{6})^2 = 4 \Leftrightarrow$

$(x - \frac{5}{6})^2 = 4 + \frac{25}{36} \Leftrightarrow (x - \frac{5}{6})^2 = \frac{169}{36} \Leftrightarrow$

$x - \frac{5}{6} = \pm \sqrt{\frac{169}{36}} \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{5}{6} \pm \frac{13}{6}$

$x_1 = \frac{18}{6} = 3$ und $x_2 = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$

$S_1(3 / 2)$ und $S_2(-1\frac{1}{3} / 3\frac{4}{9}) = S_2(-\frac{4}{3} / \frac{31}{9})$



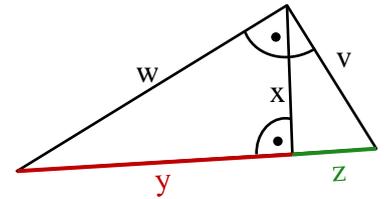
2. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9e * 22.01.2018 * Lösung * Gruppe B

1. a) Höhensatz: $x^2 = y \cdot z$

Kathetensatz: $v^2 = z \cdot (z + y)$

b) $v^2 = z \cdot (z + y) \Rightarrow 3^2 = 2 \cdot (2 + y) \Leftrightarrow 4,5 = 2 + y \Leftrightarrow y = 2,5$

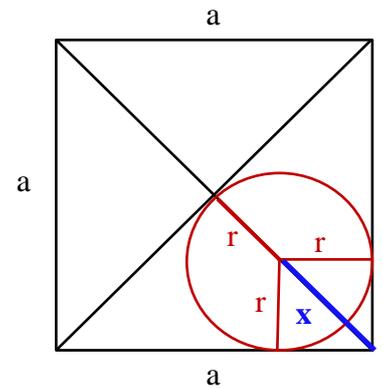
$w^2 + v^2 = (y + z)^2 \Rightarrow w = \sqrt{4,5^2 - 3^2} = \sqrt{11,25} = 1,5 \cdot \sqrt{5}$



2. $r + x = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a$ und $x = \sqrt{2} \cdot r \Rightarrow$

$r + \sqrt{2} \cdot r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a \Leftrightarrow (1 + \sqrt{2}) \cdot r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot a \Leftrightarrow$

$r = \frac{0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot (\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1)} = \frac{a - 0,5 \cdot \sqrt{2} \cdot a}{2 - 1} = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})a$



3. a) $\overline{BC} = \sqrt{(9-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}$

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \sqrt{13}^2 + (2 \cdot \sqrt{13})^2 = 13 + 4 \cdot 13 = 5 \cdot 13 = 65$

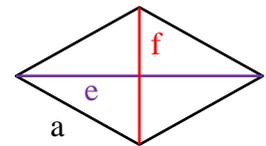
und $\overline{BC}^2 = \sqrt{65}^2 = 65 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \Rightarrow$

ΔABC ist rechtwinklig mit $\alpha = 90^\circ$

b) $a^2 = (0,5 \cdot e)^2 + (0,5 \cdot f)^2 \Rightarrow 6^2 = 4^2 + (0,5 \cdot f)^2 \Rightarrow$

$(0,5 \cdot f)^2 = 36 - 16 \Rightarrow 0,5 \cdot f = \sqrt{20} \Rightarrow f = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} = 4 \cdot \sqrt{5}$

$A_{\text{Raute}} = 0,5 \cdot e \cdot 0,5 \cdot f \cdot 2 = 0,5 \cdot e \cdot f = 0,5 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = 16 \cdot \sqrt{5}$



4. $f(x) = x \cdot (x - 3) + 1,75 = x^2 - 3x + 1,75 = x^2 - 3x + 1,5^2 - 1,5^2 + 1,75 =$

$(x - 1,5)^2 - 2,25 + 1,75 = (x - 1,5)^2 - 0,5$ also Scheitel $S(1,5 / -0,5)$

5. a) Scheitelpunktform: $f(x) = (x + 1)^2 - 2$

b) $S_1(-3 / 2)$ und $S_2 \approx (1,3 / 3,45)$

c) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow$

$x^2 + 2x + 1 - 2 = \frac{1}{3}x + 3 \Leftrightarrow$

$x^2 + \frac{5}{3}x = 4 \Leftrightarrow (x + \frac{5}{6})^2 - (\frac{5}{6})^2 = 4 \Leftrightarrow$

$(x + \frac{5}{6})^2 = 4 + \frac{25}{36} \Leftrightarrow (x + \frac{5}{6})^2 = \frac{169}{36} \Leftrightarrow$

$x + \frac{5}{6} = \pm \sqrt{\frac{169}{36}} \Leftrightarrow x_{1/2} = -\frac{5}{6} \pm \frac{13}{6}$

$x_1 = -\frac{18}{6} = -3$ und $x_2 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$S_1(-3 / 2)$ und $S_2(1\frac{1}{3} / 3\frac{4}{9}) = S_2(\frac{4}{3} / \frac{31}{9})$

